

## §1. 1 点在空间直角坐标系中的坐标

### 【学习目标】

- 1.了解空间直角坐标系.
- 2.能在空间直角坐标系中写出所给定点的坐标.

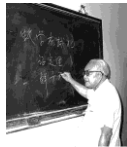
### 【重点难点】

能在空间直角坐标系中写出所给定点的坐标.

### 【导学流程】

#### 一、情境导入

我国著名数学家吴文俊先生在《数学教育现代化问题》中指出：“数学研究数量关系与空间形式，简单讲就是形与数，欧几里得几何体系的特点是排除了数量关系，对于研究空间形式，你要真正的‘腾飞’，不通过数量关系，我想不出有什么好的办法…….”



吴文俊先生明确地指出中学几何的“腾飞”是“数量化”，也就是坐标系的引入，使得几何问题“代数化”，为了使得空间几何“代数化”，因此我们引入了坐标及其运算.

#### 二、探究新知

##### ◇探究一 空间直角坐标系

问题1 在数轴上确定点的位置需要几个实数？在平面直角坐标系中确定一个点需要几个实数？

### 【知识梳理】

空间直角坐标系：过空间任意一点  $O$ ，作三条两两垂直的直线，并以点  $O$  为原点，在三条直线上分别建立数轴：\_\_\_\_\_，这样就建立了一个空间直角坐标系\_\_\_\_\_。点  $O$  叫作坐标原点， $x$  轴(横轴)、 $y$  轴(纵轴)、 $z$  轴(竖轴)叫作坐标轴，通过每两条坐标轴的平面叫作坐标平面，分别称为\_\_\_\_\_平面，\_\_\_\_\_平面，\_\_\_\_\_平面.

#### 注意点：

- (1)画空间直角坐标系  $O-xyz$  时，一般使  $\angle xOy=135^\circ$ (或  $45^\circ$ )， $\angle yOz=90^\circ$ ，三个坐标平面把空间分成八个部分.
- (2)将  $x$  轴和  $y$  轴放在水平面上.
- (3) $x$  轴的正半轴逆时针旋转  $90^\circ$  与  $y$  轴正半轴重合.
- (4)建立的坐标系均为右手系.

##### ◇探究一 点在空间直角坐标系中的坐标

**问题 2** 如果点  $P$  是空间直角坐标系  $O-xyz$  中的任意一点, 那么如何刻画它的位置呢?

### 【知识梳理】

#### 空间中点的坐标

在空间直角坐标系中, 对于空间任意一点  $P$ , 都可以用\_\_\_\_\_的一个三元有序实数组  $(x, y, z)$  来表示; 反之, 对于任意给定的一个三元有序实数组  $(x, y, z)$ , 都可以确定空间中的一个点  $P$ . 这样, 在空间直角坐标系中, 任意一点  $P$  与三元有序实数组  $(x, y, z)$  之间, 就建立了一一对应的关系:  $P \leftrightarrow (x, y, z)$ .

三元有序实数组\_\_\_\_\_叫作点  $P$  在此空间直角坐标系中的坐标, 记作\_\_\_\_\_, 其中\_\_\_\_\_叫作点  $P$  的横坐标, \_\_\_\_\_叫作点  $P$  的纵坐标, \_\_\_\_\_叫作点  $P$  的竖坐标.

#### 注意点:

(1) 过点  $P$  作垂直于坐标轴的平面, 与三条坐标轴分别交于点  $A$ 、点  $B$  和点  $C$ , 实际上就是作点  $P$  在各条坐标轴上的投影, 即从点  $P$  向坐标轴引垂线, 垂足分别为点  $A, B, C$ . 设点  $A, B, C$  的坐标分别为  $(x, 0, 0), (0, y, 0), (0, 0, z)$ , 则点  $P$  的坐标为\_\_\_\_\_.

(2)

点的位置	$x$ 轴上	$y$ 轴上	$z$ 轴上
坐标的形式			
点的位置	$xOy$ 平面内	$yOz$ 平面内	$zOx$ 平面内
坐标的形式			

**例 1** (1) 画一个正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ , 若以  $A$  为坐标原点, 以棱  $AB, AD, AA_1$  所在的直线分别为  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴, 取正方体的棱长为单位长度, 建立空间直角坐标系, 则

① 顶点  $A, D_1$  的坐标分别为\_\_\_\_\_;

② 棱  $C_1C$  中点的坐标为\_\_\_\_\_;

③ 正方形  $AA_1B_1B$  对角线的交点的坐标为\_\_\_\_\_.

(2) 已知正四棱锥  $P-ABCD$  的底面边长为 4, 侧棱长为 10, 试建立适当的空间直角坐标系, 写出各顶点的坐标.

**反思感悟** ① 让尽可能多的点落在坐标轴上或坐标平面内. ② 充分利用几何图形的对称性.

**跟踪训练 1** 设正四棱锥  $S-P_1P_2P_3P_4$  的所有棱长均为 2, 建立适当的空间直角坐标系, 求各个顶点的坐标.

### ◇探究一 空间点的对称问题

**例 2** 在空间直角坐标系中, 已知点  $P(-2, 1, 4)$ .

(1) 求点  $P$  关于  $x$  轴对称的点的坐标;

(2)求点  $P$  关于  $xOy$  平面对称的点的坐标;

(3)求点  $P$  关于点  $M(2, -1, -4)$  对称的点的坐标.

**反思感悟** 对称点的问题常常采用“关于谁对称，谁保持不变，其余坐标相反”这个结论.

**跟踪训练 2** 已知点  $P(2, 3, -1)$  关于坐标平面  $xOy$  的对称点为  $P_1$ , 点  $P_1$  关于坐标平面  $yOz$  的对称点为  $P_2$ , 点  $P_2$  关于  $z$  轴的对称点为  $P_3$ , 则点  $P_3$  的坐标为\_\_\_\_\_.

### 三、随堂演练

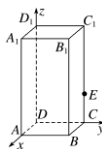
1. 在空间直角坐标系中, 点  $P(1, 3, -5)$  关于  $xOy$  平面对称的点的坐标是( )

- A.  $(-1, 3, -5)$                       B.  $(1, 3, 5)$   
C.  $(1, -3, 5)$                       D.  $(-1, -3, 5)$

2. 在空间直角坐标系中, 点  $P(-1, -2, -3)$  到  $yOz$  平面的距离是( )

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D.  $\sqrt{14}$

3. 正四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  (底面为正方形的直棱柱) 中,  $|AA_1|=2|AB|=4$ , 点  $E$  在  $CC_1$  上且  $|C_1E|=3|EC|$ . 建立如图所示的坐标系, 则点  $B, C, E, A_1$  的坐标分别为\_\_\_\_\_.



4. 点  $P(1, 1, 1)$  关于  $xOy$  平面的对称点  $P_1$  的坐标为\_\_\_\_\_, 点  $P$  关于  $z$  轴的对称点  $P_2$  的坐标为\_\_\_\_\_.

### 四、课堂小结

(1)知识清单:

(2)方法归纳:

(3)常见误区:

### 五、布置作业 (课时对点练)

#### 基础巩固

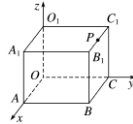
1. (多选)下列命题中正确的是 ( )

- A. 在空间直角坐标系中, 在  $x$  轴上的点的坐标一定是  $(0, b, c)$   
B. 在空间直角坐标系中, 在  $yOz$  平面上的点的坐标一定是  $(0, b, c)$   
C. 在空间直角坐标系中, 在  $z$  轴上的点的坐标可记作  $(0, 0, c)$   
D. 在空间直角坐标系中, 在  $zOx$  平面上的点的坐标是  $(a, 0, c)$

2. 在空间直角坐标系  $O-xyz$  中, 点  $(1, -2, 4)$  关于  $y$  轴对称的点为( )

- A.  $(-1, -2, -4)$  B.  $(-1, -2, 4)$   
C.  $(1, 2, -4)$  D.  $(1, 2, 4)$

3. 如图，在长方体  $OABC-O_1A_1B_1C_1$  中， $|OA|=3$ ， $|OC|=5$ ， $|OO_1|=4$ ，点  $P$  是  $B_1C_1$  的中点，则点  $P$  的坐标为( )

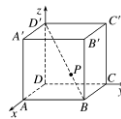


- A.  $(3, 5, 4)$  B.  $(\frac{3}{2}, 3, 4)$   
C.  $(\frac{3}{2}, 5, 4)$  D.  $(5, \frac{3}{2}, 2)$

4. 在空间直角坐标系中，点  $(1, 2, 3)$  与点  $(-1, 2, 3)$  ( )

- A. 关于  $xOy$  平面对称 B. 关于  $zOx$  平面对称  
C. 关于  $yOz$  平面对称 D. 关于  $x$  轴对称

5. 如图，在正方体  $ABCD-A'B'C'D'$  中，棱长为 1， $|BP|=\frac{1}{3}|BD'|$ ，则  $P$  点的坐标为 ( )



- A.  $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3})$  B.  $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$  C.  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})$  D.  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

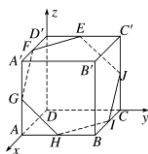
6. 在空间直角坐标系中，点  $M$  的坐标是  $(4, 7, 6)$ ，则点  $M$  关于  $y$  轴对称的点在  $xOz$  平面上的投影的坐标为( )

- A.  $(4, 0, 6)$  B.  $(-4, 7, -6)$   
C.  $(-4, 0, -6)$  D.  $(-4, 7, 0)$

7. 已知点  $M$  到三个坐标平面的距离都是 1，且点  $M$  的三个坐标同号，则点  $M$  的坐标为\_\_\_\_\_.

8. 点  $P(-3, 2, -1)$  关于  $xOz$  平面的对称点是\_\_\_\_\_，关于  $z$  轴的对称点是\_\_\_\_\_，关于点  $M(1, 2, 1)$  的对称点是\_\_\_\_\_.

9. 建立空间直角坐标系如图所示，正方体  $DABC-D'A'B'C'$  的棱长为  $a$ ， $E, F, G, H, I, J$  分别是棱  $C'D'$ ， $D'A'$ ， $A'A$ ， $AB$ ， $BC$ ， $CC'$  的中点，写出正六边形  $EFGHIJ$  各



顶点的坐标.

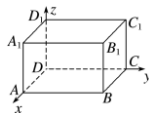
10. 在棱长为  $a$  的正四棱锥  $P-ABCD$  中，建立适当的空间直角坐标系，写出四棱锥  $P-ABCD$  各个顶点的坐标.

### 综合运用

11. 在空间直角坐标系中，点  $M(1,2,3)$  到  $z$  轴的距离为( )

- A.  $\sqrt{5}$  B. 3  
C.  $\sqrt{10}$  D.  $\sqrt{13}$

12.(多选)如图，在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中， $|AB|=5$ ， $|AD|=4$ ， $|AA_1|=3$ ，以直线  $DA$ ， $DC$ ， $DD_1$  分别为  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴，建立空间直角坐标系，则下列说法正确的是( )

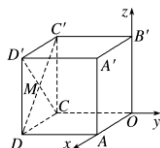


- A. 点  $B_1$  的坐标为  $(4,5,3)$   
B. 点  $C_1$  关于点  $B$  对称的点为  $(5,8, -3)$   
C. 点  $A$  关于直线  $BD_1$  对称的点为  $(0,5,3)$   
D. 点  $C$  关于平面  $ABB_1A_1$  对称的点为  $(8,5,0)$

13. 已知四边形  $ABCD$  为平行四边形，且  $A(4,1,3)$ ， $B(2, -5,1)$ ， $C(3,7, -5)$ ，则点  $D$  的坐标为( )

- A.  $(\frac{7}{2}, 4, -1)$  B.  $(2,3,1)$   
C.  $(-3,1,5)$  D.  $(5,13, -3)$

14.如图，正方体  $AOCD-A' B' C' D'$  的棱长为 2，则图中的点  $M$  关于  $y$  轴的对称点的坐标为\_\_\_\_\_.



### 拓广探究

15.如图 1 所示，正四面体  $ABCD$  的棱长为 1， $G$  是  $\triangle BCD$  的中心，建立如图所示的空间直角坐标系，则  $B$  点坐标为\_\_\_\_\_， $A$  点坐标为\_\_\_\_\_.

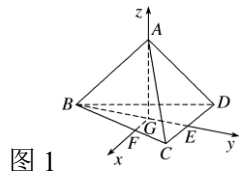


图 1

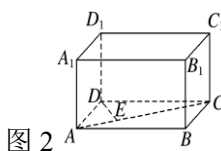


图 2

16. 如图 2，在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中， $|AD|=|AA_1|=2$ ， $|AB|=4$ ， $DE \perp AC$ ，垂足为  $E$ ，求点  $E$  的坐标.